关于电磁理论的若干思考

梁昌洪

(西安电子科技大学, 陕西 西安 710021)

摘　要: 本文对电磁理论中的几个基本问题作了较为深入的讨论, 我们认为, 目前的教学研究领域不仅缺乏先进的教材, 而且也缺乏中肯的评论和深入的思考, 希望本文对读者有所启示。

关键词: 电磁理论; 对称性和不对称性; 有耗电磁学; 网络理论

中图分类号: G649. 21; TP20　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1008- 0686(2004)01- 0001- 15

Several Thoughts of Electromagnetic Theory

LIANG Chang-hong

(*Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract: A deeper discussion about several basic problems in electromagnetic theory is done in this paper. In actual teaching, we think, not only advanced textbooks, but also pertinent remarks and deeper thoughts are lacked. It is hoped that this paper is helpful to readers

Keywords: electromagnetic theory; symmetry and asymmetry; lossy electromagnetics; network theory

0　引言

本文所讨论的电磁理论是以 Maxwell 大综合为基础的, 主要时间表如下:

Maxwell(1864- 1865)

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D} = \rho, \vec{D} = \epsilon\vec{E} & (\text{库仑}, 1785) \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0, \vec{B} = \mu\vec{H} & (\text{米切尔}, 1750) \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \partial\vec{D}/\partial t \quad \vec{J} = \rho\vec{v} & \\ & (\text{安培 } 1825 + \text{麦克斯韦}) \\ \nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t & (\text{法拉第}, 1831) \end{cases}$$

所以可以说, 近代电磁理论已经历了约 200 年左右的时间。而在近 20 年时间内, 由于计算机的飞速发展, 我们已拥有解决复杂边值问题的能力, 对于经典电磁理论还有什么值得研究、思考和发展的吗?回答是肯定的, 本文仅以几个问题作一粗浅的讨论。

1　对称性和不对称性

对称性支配相互作用

——杨振宁

不对称性创造物理现象

——Pierre Curie

电磁理论作为一门成熟的学科, 它的发展历史、杰出学者所出的贡献等话题已经有很多文献加以研究和论述。但是, 如果我们从科学方法论的角度对其进行考察, 则又发现对称性思想作为主线之一贯串于电磁理论发展的历史, 并起着重要的作用。

杨振宁教授把“场”与“对称性”并列称为“二十世纪物理学中两个非常重要的概念”。本文在简单回顾电磁理论发展历史的同时, 对其对称性思想方法作进一步的探讨。

1.1　电生磁的“第一次握手”

收稿日期: 2004- 01- 02; 修回日期: 2004- 02- 01

作者简介: 梁昌洪(1943-), 男, 上海市人。教授, 博士生导师, 获国家教学名师奖, 国家精品课程奖, 中国电子学会会士, IEEE senier member, 研究方向: 包括电磁场数值分析、电磁辐射与散射、电磁兼容、电磁网络等领域。

历史上,电学和磁学的研究,在很长一段时间里是作为两个独立的分支的。人们对于磁的认识似乎远要比电来得早,尽管西方学者总喜欢举出吉尔伯特(William Gilbert)《论磁》作为这方面的代表,但是,指南针作为古代四大发明之一始终是我们中华民族的骄傲,不论怎么说,地球本身存在着固有的磁场,是磁学初期发展的强大动因。电学的早期研究则可以列出摩擦起电、富兰克林(Benjamin Franklin)天电和地电的统一性实验以及库仑(Charlce Augustede Coulomb)定律。

真正把电和磁首先联系起来的是丹麦学者奥斯特(Hans Christian Oersted),他在1820年发现电流可以影响邻近的磁针。他所做的实验是直观且朴实的,也就是在电流线周围的小磁针发生了环形的偏转。这一工作的最杰出之点在于它揭示了“电”(或电流 I)能够产生“磁”,把两个原先独立的分支联系起来了,从而使电磁发展史揭开了新的一页。奥斯特本人也首创了“电磁学”(Electromagnetics)这一名词。

在这一工作中有几个不应忽略的细节:奥斯特实验中所产生的磁实际上是磁场,尽管他本人没有场的概念。他还用纸片阻隔在电流与磁针之间,磁针依然偏转。然而重要的场概念终于与他擦肩而过。另外,还应该看到奥斯特实验之所以获得成功,除了他敏锐的洞察力而外,还在于当时的条件(即伏打电池堆所能产生的电流 I)足以使其产生的磁场远超过地磁场而发生磁针偏转。在物理史上,先进的思想由于实验条件的不足而无法证实的事例并不罕见。

1.2 Faraday的对称性思想

关于法拉第(Michael Faraday)发现的电磁感应现象,一直是作为物理史上最优秀范例之一而被人们津津乐道。自学成才的法拉第具有直观、简明和单刀直入的科学风格。他是物理史上提出“力线”和“场”观点的第一人,而且贯彻始终。

众多的研究者都注意到:法拉第发现电磁感应的思想是自觉的,即接受了对称性思想的指导,他认为,根据自然法则的对称性,既然奥斯特证明了“电能产生磁”,那么,很有可能“磁能产生电”。如果没有对称性思想的信念,就不能设想经过种种的实验失败、熬过了沮丧的10年的法拉第还能锲而不舍地朝这一方向努力。

1831年8月29日早晨确实是物理学史上值得纪念的一个日子。

由于满足了磁场运动和导线切割磁力线的条件终于促成了电磁感应的发现。40岁的法拉第以10年的无数次失败换来了丰硕的成果,有意思的是处处坚持场观点的法拉第,所设计的电磁感应实验企图产生的电是“源”(电流 I)而不是“场”,即使以现代的观点来看,怎么评价这一伟大发现都不过分。但是,也必须看到还是有几个不应忽略的环节。

法拉第发现的电磁感应与原来设想的并不相同。在原设计方案中法拉第并没有考虑磁铁或线圈的运动。奥斯特设想的是电流产生磁,那么对称性思想应该是磁流产生电(见图1)。但是,遗憾的是没有磁流。而且时至今日仍未发现磁流。

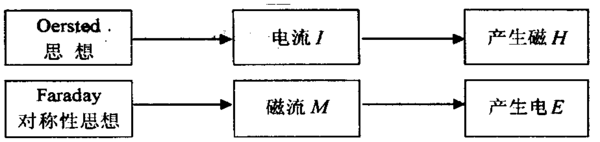


图1 电磁联系的对称性构想

法拉第具备伟大物理学家的最重要品格:实事求是。他特别善于从实验中调整自己的思想,并进一步深入研究,终于发现了产生电的关键是需要磁随时间的变化($\partial B/\partial t$)。

1.3 电和磁的“第二次握手”

一般人看来,在法拉第发现电磁感应之后,电与磁的相互联系已经完成。其实并非如此。首先看出其中的问题并深入研究的是比法拉第年幼40岁的麦克斯韦(James Clerk Maxwell)。一个历史巧合是他恰好出生于电磁感应被发现的1831年,麦克斯韦本人来说,他没有做过一个实验,而却潜心研究法拉第的全部实验资料。历史赋予他的重任是完成一项伟大的理论综合。麦克斯韦之所以能完成如此艰巨的使命,除了前述的实验基础作强大支撑而外,他深邃的哲学思考、雄厚的数学基础是最为重要的条件。

麦克斯韦关于电磁理论的最大贡献有两点:(1)充分发挥法拉第的“力线”和“场”的思想,并完成其优美的数学表述;(2)深入发现和分析了奥斯特“电产生磁”和法拉第“磁产生电”的不对称性;并且,进一步运用对称性思想作指导得出结论:既然法拉第发现磁的时间变化($\partial B/\partial t$)可以产生电(E),那么,很可能电的时间变化($\partial D/\partial t$)可以产生磁(H)。这就是著名的位移电流思想(见图2)。

值得指出:这是电产生磁的“第二次握手”。它与奥斯特发现的情况不同。而且也只有这时才完成电

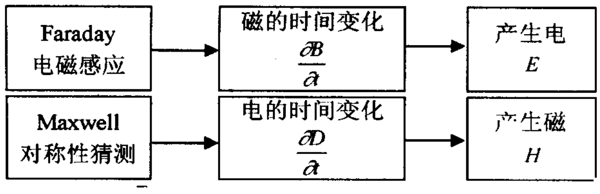


图 2　麦克斯韦的对称性猜测

磁第一次“对称性发现”。

现在, 来考察 Maxwell 方程组是很有意义的

$$\begin{cases} \nabla \times H = J + \partial D / \partial t \\ \nabla \times E = - \partial B / \partial t \end{cases} \tag{1}$$

首先, 从方程中可明显看出: 电(D)可转化为磁(H); 磁(B)又可以转化为电(E)。这种电磁的相互转化产生了电磁振动。

其次, 从方程中还可看出: 时间的变化($\partial/\partial t$)可转化为地点的变化($\nabla \times$); 而地点的变化又可转化为时间的变化。正是在对这种变化作出深入研究之后, 麦克斯韦才大胆预言了电磁波的存在。

从 Maxwell 方程中可以发现电磁不对称性, 而 J 和 $\partial D / \partial t$ 之间比值的不同使我们把媒质从电特性方面划分成导体、半导体和绝缘体。

麦克斯韦所完成的全部理论综合, 没有马上获得实验验证。因为在当时的历史条件下位移电流太小而不容易被检出。直到麦克斯韦去世后近 10 年, 1887 年和 1888 年才由天才科学家赫兹(Heinrich Rudolf Hertz)先后证实位移电流和电磁波的存在。

1.4　对称性研究没有结束

上面的叙述非常具体地反映出“科学方法论”与“科学发现”之间的相互关系。重大的科学发现很多都是由正确的哲学、先进的方法论作为信念和前导的。对称性思想在电磁理论发展史上所起的作用就是一个生动的例子。但是, 一切哲学、一切先进的方法论都不能代替科学实验和发现。这不仅因为客观世界是丰富的、复杂的, 它决不会简单地按人们愿望的模式来运动, 而且, 即使现在我们也只能说认识到某一个层次。应该说, 由对称性思想作指导, 获得了不对称的电磁关系可以给我们极多的启示。

科学的认识运动并没有结束, 磁单极的探索研究和实验也从未中断过。在本文中也没有涉及爱因斯坦(Albert Einstein)关于狭义相对论中的电磁洛仑兹对称(不变性)。

随着我们对于客观世界研究的深入, 了解的事物愈多, 不了解的事物也愈多。然而, 应该看到, 不了解而能够提出问题本身就意味着认识的深化, 并带来科学的进步。

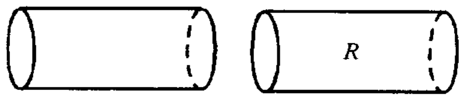
2　无耗和有耗

电磁损耗(Electromaguctic Lossy)虽然是司空见惯的概念, 但实际上却确有深入讨论的必要。

2.1　电磁损耗概念

2.1.1　引子

图 3 所示的一段金属导线和一只碳膜电阻 R 具有相同截面和长度, 试问哪一个的损耗功率大?



(a) 金属体　　(b) 碳膜电阻

图 3　金属体和碳膜电阻

看来这个问题十分简单, 很明显: 碳膜电阻损耗功率要大, 但是且慢! 让我们观察如下两个理想实验:

(1) 实验 1　理想源串联系统

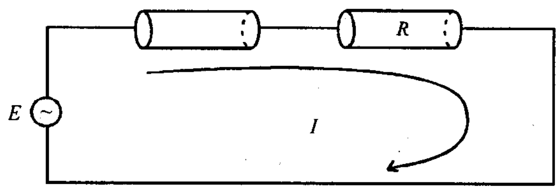


图 4　串联系统

在串联系统中, I 相同, 碳膜电阻 R 值大, 因为

$$P = I^2 R / 2 \tag{2}$$

所以其损耗功率亦大。

(2) 实验 2　理想源并联系统

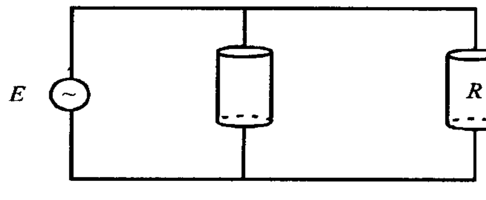


图 5　并联系统

在并联系统中情况恰好相反, 这时, 电压是固定的, 即

$$P = E^2 / 2R \tag{3}$$

因为金属体电阻小, 当然损耗功率大。

【结论】 笼统地评论金属体和碳膜电阻的损耗功率哪个大是不合适的, 应该看它们处于什么样的系统之中。

2.1.2 电磁损耗和 σ

这里略去对于磁介质损耗的讨论, 则电磁损耗主要是由 σ 所决定。

那么, 什么样的材料损耗大呢?这个问题似乎又很简单: σ 愈大则损耗愈大。但是, 我们应该小心谨慎地加以分析(如图 6): 系统若有一电磁波垂直入射到 $\epsilon_0\epsilon_r$, μ_0, σ 系统, 则可分两种情况作出讨论:

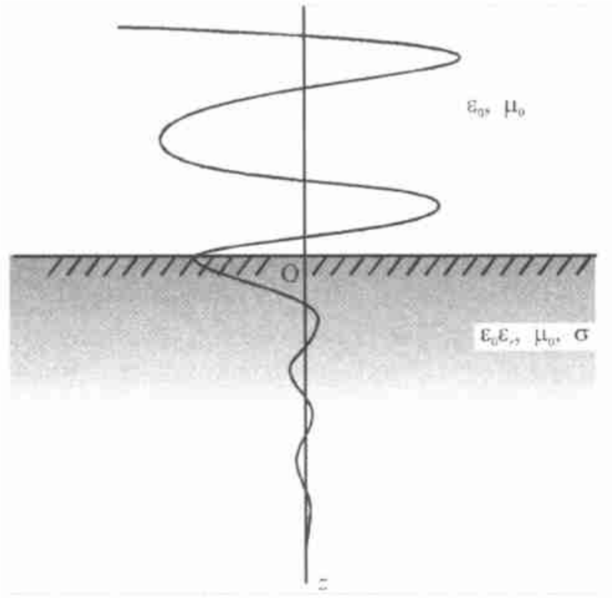


图 6 电磁波入射有耗介质

Case 1: σ 大的材料, 一旦波进入后必然损耗很大; 但是 σ 愈大的材料, 波愈难进入。

Case 2: σ 小的材料, 电磁损耗虽小, 但又有易让波进入的优点。

概括起来: 对于具体的 $\epsilon_0\epsilon_r$, μ_0, σ, 系统, 在 ω 一定时, 必存在 Optimum σ, 使它 Max. P。

特别指出: 当 σ 极大(理想情况是 $\sigma\to\infty$) 不让电磁波进入的特性称之为"电磁屏散"。

2.1.3 把电磁波放在"屏蔽体"内

相传 Einstein 有这样一则故事: 一位青年告诉 Einstein, 他发明一种液体, 任何物质都能被它腐蚀掉, Einstein 幽默地问道: "那非常好! 不过, 先生, 你发明的液体放在哪里呢?"

看来, 大科学家 Einstein 确实非常机警, 当然"智者千虑, 必有一失"。Einstein 嘲笑的那位青年学者这类事情并不是无法解决的, 因为它可以"悬空", 什么物体也不接触。例如, 磁流体发电中的 Plasma, 温度高达几十万甚至上百万度。应该说, 碰到什么物质都会被"消融"。然而, 依靠磁场的约束, 它就可以处在"悬空"的状态(见图 7)。

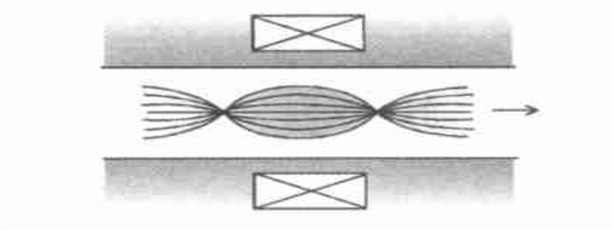


图 7 磁流体发电

回到我们的问题上来, 电磁波在波导中也处于"类似状态", 波一旦进入波导壁内损耗将是很大的, 但是由于很大, 波几乎不能进入壁内, 电磁波在波导中来回在反射(见图 8), 相当于海鸥在海面上——擦翼而过, 连翅膀都没有弄潮。

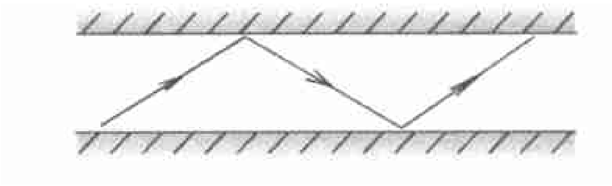


图 8 电磁波导

于是, 在波导内要全吸收电磁波, 并不是 σ 愈大愈好, 而是要求

$$z = z_0 \tag{4}$$

这就是特性阻抗的概念(见图 9)。

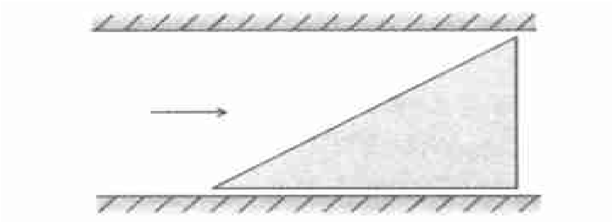


图 9 全吸收负载

引入电磁损耗之后, 本征模的正交性消失了, 微波器件也出现了很多实际问题。"损耗"增加了理论的难度, 但是损耗又十分重要。因此, 研究"有耗电磁学"成为当前较为实际的课题。

2.2 无耗对称性

在电磁问题中, 有可能出现下面几种对称性:

(1) 几何对称性, 也即称对称或局部对称网络。

若端口 i 和 j 处于几何对称, 则散射参数有

$$S_{ii} = S_{jj} \tag{5}$$

(2) 媒质对称性, 也称为电磁互易对称性。

若媒质(或网络) 互易, 则有

$$[S] = [S]^T \tag{6}$$

需要再一次强调: 这一种对称性来自“电磁特性”。

(3) 无耗对称性, 是本文讨论的主要性质

$$[S]^{-1} = [S]^{+} \tag{7}$$

式中: $[\ \ ]^{+} = [\ \ ^{*}]^{T} = ([\ \ ]^{T})^{*}$ 是 Hermite 符号。

我们把无耗放在一种对称性或不变性的立点上进行考察, 就会更好地观察到和理解很多问题:

【广义模对称定理】(1991)

这个定理的思想来自二端口网络的推广。因为, 对于二端口无耗网络, 总有

$$|S_{11}| = |S_{22}| \tag{8}$$

如把任意端口的无耗互易网络写成 $[S]$ 的分块矩阵

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{\mathrm{I\,I}} & S_{\mathrm{I\,II}} \\ S_{\mathrm{II\,I}} & S_{\mathrm{II\,II}} \end{bmatrix} \tag{9}$$

则有

$$|\det S_{\mathrm{I\,I}}| = |\det S_{\mathrm{II\,II}}| \tag{10}$$

【推广模对称定理】(1991)

林守远先生作了进一步推广, 认为只需 $S_{\mathrm{I\,II}}$ 和 $S_{\mathrm{II\,I}}$ 为方阵, 则还有(似互易性)

$$|\det S_{\mathrm{II\,I}}| = |\det S_{\mathrm{II\,I}}| \tag{11}$$

【幅角定理】(1994)

若令

$$\det(S) = \exp(\mathrm{j}\varphi_B)$$

且用字母 $a, b = \mathrm{I}, \mathrm{II}$。则对于方阵 S_{ab} 及代数余子式 M_{ab} 有

$$\arg[\det(S_{ab})] + \arg(M_{ab}) = \varphi_b (a, b = \mathrm{I}, \mathrm{II}) \tag{12}$$

幅角定理的重要性之一是它结束了很长时间以来一个不正确的猜测:

表 1　N 口网络 det(S) 的一个猜测

单口网络		$\arg[\det(S)] = \varphi_{11}$
双口网络		$\arg[\det(S)] = \varphi_{11} + \varphi_{22}$
猜测?	三口网络	$\arg[\det(S)] = \varphi_{11} + \varphi_{22}\varphi_{33}$
	N 口网络	$\arg[\det(S)] = \sum_{i=1}^{n} \varphi_{ii}$

事实证明上述猜测是不正确的, 以三口网络为例, 据式(2)有

$$\arg[\det(S)] = \varphi_{11} + \arg(S_{22}S_{23} - S_{23}S_{32}) = \varphi_{11} + \varphi_{22} + \varphi_{33} + \arg\left(1 - \frac{S_{23}S_{32}}{S_{22}S_{33}}\right) \tag{13}$$

【无耗网络全匹配定理】(1991)

定义: 对于 N 口网络, 若有

$$S_{ii} = 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{14}$$

称此网络全匹配。

无耗网络全匹配定理提出: 任何端口无耗网络都有可能实现全匹配, 除了 $n = 1$ 和 3 不行。

尽管我们对于 $n = 3$ 端口进行了深入的研究, 但至今仍不能很好解释在 n 为任何数的情况下, $n = 3$ 究竟有什么特殊性? 很值得探索。

【无耗网络伴谬】

近年来, 有若干学者企图证明无耗网络必然互易, 当然, 这个结论显然是不对的。为此, 我们专门作文给予讨论[4] (1992)。

互易伴谬

采用无耗特性直接获得网络互易的所谓“证明”很多, 这里仅介绍其中较简单的一种:

已知散射矩阵 $[S]$ 与阻抗矩阵 $[Z]$ 的关系[1]

$$[S] = ([Z] - [I])([Z] + [I])^{-1} \tag{15}$$

式中: $[I]$ 表示单位矩阵, 角标上的 -1 表示求逆。若对两边取 $+$ (亦称 Hermite 符号, 表示矩阵的转置共轭), 则还有

$$[S]^{+} = ([Z]^{+} + [I])^{-1}([Z]^{+} - [I]) \tag{16}$$

由网络无耗的幺正特性可知

$$[S]^{+}[S] = [I] \tag{17}$$

具体是

$$([Z]^{+} + [I])^{-1}([Z]^{+} - [I]) \times ([Z] - [I])([Z] + [I])^{-1} = [I] \tag{18}$$

对于上式两边分别左乘 $([Z]^{+} + [I])$ 和右乘 $([Z] + [I])$, 并展开, 可得

$$[Z] + [Z]^{+} = 0 \tag{19}$$

如果设矩阵第 i 行和第 j 列元素是 Z_{ij}, 且

$$Z_{ij} + R_i + \mathrm{j}X_{ij} \tag{20}$$

则可得

$$\begin{cases} R_{ij} + R_{ji} = 0 \\ X_{ij} - X_{ji} = 0 \end{cases} \tag{21}$$

对于无耗网络, 阻抗矩阵不应有实部, 即

$$R_{ij} = R_{ji} = 0 \tag{22}$$

则由 $X_{ij} = X_{ji}$ 得到网络互易, 进一步又知

$$[S]^{T} = [S] \tag{23}$$

式中: T 表示矩阵转置。

【无耗阻抗矩阵】

在上述互易伴谬的“证明”中的关键错误是认为无耗阻抗矩阵的元素为纯虚数, 即必须有 $R_{ij} = R_{ji} = 0$。实际上并非如此, 从最简单的双端口网络, 有[1]

$$Z_{12}/Z_{21} = S_{12}/S_{21} \tag{24}$$

当网络无耗内含各向异性媒质时, 即 $S_{12} \neq S_{21}$ 而 $|S_{12}| = |S_{21}|$ 时, Z_{12} 和 Z_{21} 必定存在实部, 事实上, 只有 Z_{11} 和 Z_{22} 才是纯虚数, 所以, 阻抗矩阵存在实部有两种可能: (1) 确实消耗能量, 即有耗网络; (2) 非互易无耗网络。后者的电阻矩阵存在反对称性质, 即

$$[R]^T = -[R] \tag{25}$$

很容易证明: 在此条件下, 网络并不消耗能量, 亦即阻抗矩阵存在实部并不一定是消耗能量的象征。

【无耗网络与互易网络】

前面已经说过: 互易网络反映电磁对称性, 而无耗网络则反映能量方面的对称性。十分奇妙的是: 无耗网络的对称性确实有某种似互易性(注意, 并不时真正的互易性)。而且, 对于不同的网络参数, 还与几何上的对称或反对称性有着深入的关联, 一些最新的研究结果列于表 2。

表 2 网络的互易特性和无耗特性

网络参数	互易特性	无耗特性
散射矩阵 $[S]$	$[S]=[S]^T$ $S_{ij}=S_{ji}$ $i\neq j$	$[S]^{-1}=[S]^*$ 若把 $[S]$ 写成分块矩阵形式, 即 $[S]=\begin{bmatrix} S_{\mathrm{I\,I}} & S_{\mathrm{I\,II}} \\ S_{\mathrm{II\,I}} & S_{\mathrm{II\,II}} \end{bmatrix}$ 且各分块矩阵均为方阵, 有 $\lvert\det(S_{\mathrm{I\,I}})\rvert = \lvert\det(S_{\mathrm{II\,II}})\rvert$ 广义对称性[2] $\lvert\det(S_{\mathrm{I\,I}})\rvert = \lvert\det(S_{\mathrm{II\,II}})\rvert$ 似互易性[3]
传输矩阵 $[A]$	$\det[A]=1$	在 $2n$ 端口网络中, 有 $\lvert\det[A]\rvert = 1$ 似乎易性[4]
阻抗矩阵 $[Z]$ 或 导纳矩阵 $[Y]$	$[Z]^T=[Z]$ $[Y]^T=[Y]$	$[R]^T=-[R]$ $[G]^T=-[G]$ 反对称性 $[X]^T=[X]$ $[B]^T=[B]$ 似互易性

网络的无耗性质是从能量关系出发的, 而网络的互易性质, 则是从电磁 Maxwell 方程组关系导出的。这是两上完全不同的独立渠道, 因此, 不可能期望从其中一种性质会导出另一种性质。

但是, 应该注意到: 无耗性质中呈现某种似互易性。也就是说: 这两种对称性有着奇妙的相近"亲缘关系"。这倒是很值得作进一步的深入研究。

值得指出: 通过研究, 我们得出十分有意思的结论, 无耗对称性(幺正性) 散射矩阵有 $[S]^+[S]=[I]$, 其中, $[I]$ 是单位矩阵。在阻抗矩阵中可表达为

$$[Z] = -[Z]^+ \tag{26}$$

若 $[Z]=[R]+\mathrm{j}[X]$, 则可知

$$\begin{cases} [R]^T = -[R] & \text{反对称性} \\ [X]^T = [X] & \text{似互易性} \end{cases} \tag{27}$$

作为很难相信而又真实的结论, 阻抗矩阵存在实部 $[R]$ 有两种可能: 一种是确实消耗能量, 即有耗网络; 另一种是非互易无耗网络, 后者的电阻矩阵存在反对称性质。例如, 对于简单的双口网络, 式(24)的关系式 $(Z_{12}/Z_{21}=S_{12}/S_{21})$, 而当 $S_{12}\neq S_{21}$ 而 $|S_{12}|=|S_{21}|$ 时, Z_{12} 和 Z_{21} 必有实部。

【无耗网络约束定理】(1991)

定义互易网络特征相位为

$$\Phi_{ij} = 2\varphi_{ij} - \varphi_{ii} - \varphi_{jj} \tag{28}$$

那么, 无耗互易网络的对称性只与散射参数振幅和特征相位有关, 具体是

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} |S_{ij}|^2 = 1 \qquad j = 1, 2, \cdots, N \\ \sum_{i=1}^{n} |S_{ik}S_{kj}| \exp[J(\Phi_{ij}+\Phi_{ik}-\Phi_{kj})] = 0 \end{cases} \tag{29}$$

无耗互易网络的独立变量共有 $N(N=1)/2$, 它可以由 $N(N-1)/2$ 个内禀自由度和 N 个外禀自由度构成, 其中内禀的 $|S_{ij}|$ 和 Φ_{ij} 互可表示, 因此有如表 3 所示的不同组合。

表 3 N 口无耗互易网络的独立变量

独立变理总数	内禀自由度		外禀自由度	
$\frac{N(N+1)}{2}$	$\lvert S_{ij}\rvert$, $i=1,\cdots,N$ $j\neq i$	$\frac{N(N-1)}{2}$	Φ_{ii}, $i=1,\cdots,N$	N
	Φ_{ij}, $i=1,\cdots,N$ $j\neq i$	$\frac{N(N-1)}{2}$	Φ_{ii}, $i=1,\cdots,N$	N

双口网络约束(见图 10)

$$\begin{cases} |S_{11}| = |S_{22}| \\ \Phi_{12} = \pm\pi \end{cases} \tag{30}$$

三口网络约束

$$\begin{cases} |S_{11}| + |S_{22}| + |S_{33}| \geq 1 \\ -|S_{11}| + |S_{22}| + |S_{33}| \leq 1 \\ |S_{11}| - |S_{22}| + |S_{33}| \leq 1 \\ |S_{11}| + |S_{22}| - |S_{33}| \leq 1 \end{cases} \tag{31}$$

显然

$$\min|S_{11}| = \min|S_{22}| = \min|S_{33}| = 1/3 \tag{32}$$

可见无耗三口网络的参数振幅不是自由取的,

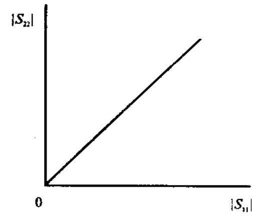


图 10　双口网络约束

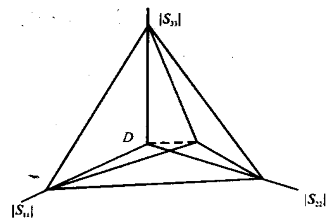


图 11　无耗三口网络振幅约束

而是相互有约束域(见图 11)。

但是值得提出, 四口网络和(> 4)口网络的参数约束关系至今不确切。是否有约束? 很值得深入研究。

2.3　无耗的唯一性定理

唯一性定理是电磁问题的最重要基础。但是, 唯一性定理始终存在一个如图 12 所示的问题:

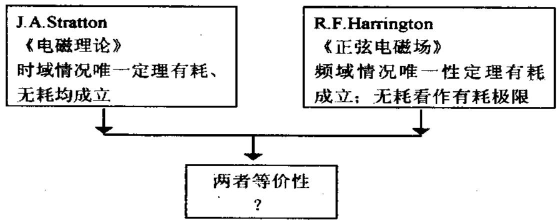


图 12　时域和频域的唯一性定理

R. F. Harrington 是这么说的:“注意, 唯一性的证明在无损耗媒质中是不能成立的。在此情况要获得唯一性, 须将无损耗媒质中的耗散趋近于零时相应场的极限。”

这是一个长期被疏忽的问题。因为逻辑上: 趋于零的极限成立, 零这一点未必成立, 这说明频域情况下, 无耗区域的唯一性定理尚未严格证明。

【无耗唯一性定理】(1993)

本定理提出采用 Foster 电抗定理的差分形式证明了: 在 S 面包围的无耗域 V 中, μ 和 ϵ 为实数, 电流源 $\bar{J}$ 和磁流源 $\bar{M}$ 给定。则当 S 面上切向 $\bar{E}$ 和切向 $\bar{H}$ 唯一给定, 或者一部分 S 上为切向 E, 另一部分 S 上为切向 $\bar{H}$, 在 ω 不等于本征频率 ω 时, 域 V 内的场 $\bar{E}$ 和 $\bar{H}$ 将被唯一确定; 否则在 $\omega = \omega$ 时还需加上导数约束。

简单说来, 可以认为频域中谐振情况是个例外。尽管问题是从唯一性定理研究起的, 但其结果却引人深思:

· 无耗问题的谐振情况要单另拿出来研究。

在微波超导已实现的当前有很大现实意义。

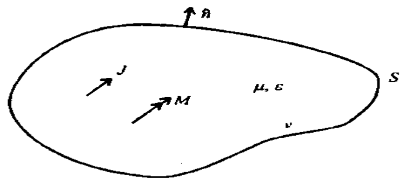


图 13　无耗区域的唯一性问题

· 谐振无耗情况会产生明显的不稳定。

特别是数值计算中已出现。例如曹伟的特征模展开法即采用抑制谐振的方法。

· 如何解释时域与频域的等价性?

有人认为时域无法研究无耗域谐振问题。有人甚至认为 Fourier 积分展开中个别分量不唯一是否可能, 这些都很值得作进一步研究。

2.4　损耗和衰减

从无耗进入有耗的第一个问题是如何定义损耗的大小? 网络的损耗与能量相关联。为了从能量研究问题, 定义 $[S]$ 的二次量 $[E]$ 矩阵

$$[E] = [S]^{+}[S] \tag{33}$$

$[E]$ 也称为椭球矩阵。由于它必正定, 因此可再令

$$\det[E - \lambda I] = 0 \tag{34}$$

$\lambda_1, \lambda_2, \cdots$ 正实本征值组成的高维椭球称之为损耗椭球, 如图 15 所示。

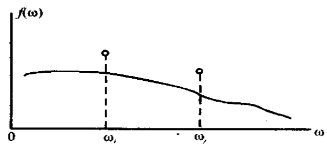


图 14　频率谱

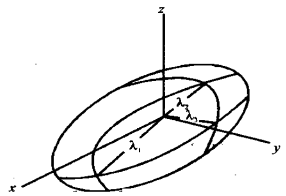


图 15　高维损耗椭球

【定义】(1994)　两个(或多个) n 口无源网络, 若其 $[E]$ 矩阵所对应的 n 个本征值 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ 完全相等, 则称它们为等损耗水平网络[9]。

损耗是衰减的内在本质, 衰减是损耗的外在表现。虽然一般说来, 损耗大的, 表现出的衰减也大。但也有些特殊情况下, 不尽一致。

唐家明(1993)首先发现的多端口技术系统中, 各端接无耗短路器, 而在输入端有反射系统 $|\Gamma|$ 模很小的情况[10]。并称为奇异现象。

仔细研究表明: 这种奇异现象正是损耗和衰减不一致而造成的, 例如, 考察一双口极小损耗网络, 端口 2 短路, 即 $\Gamma_L = -1$, 考察端口 1 的输入反射系数为

$$\Gamma = \frac{S_{11} - S_D\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{S_{11} + S_D}{1 + S_{22}}$$

假设

$$\begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 - \Delta \\ |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 - \delta \end{cases}$$

很容易导出

$$\Gamma = e^{j(\varphi_{11}+\varphi_{22})}\left[\frac{1 + |S_{22}e^{-j\varphi_{22}} + \eta|}{1 + |S_{22}||e^{j\varphi_{22}}|}\right] \qquad (36)$$

式中, 当 $|S_{22}| \to 1$, $\varphi_{22} = \pm\pi$ 时

$$\eta \approx -\Delta e^{j\varphi_{11}} \qquad (37)$$

对于上述情况, 有可能使 $|\Gamma|$ 模很小。这相当于吸收式谐振腔。

但是, 对于损耗小而表现衰减大的条件还有很多深入的问题有待探讨和研究。

2.5 有耗的模糊性

从信息获取的角度来看, 无耗向有耗的转换往往使损耗“吃掉”了部分信息。

隐身目标是一个典型的例子, 利用对雷达回波的吸收使地面观察不到目标。

我们在研究逆问题时已经发现, 深层的地层情况由于损耗的影响, 使信息损失很难研究。可以说, 损耗是逆散射问题中的一个难关[11~13]。

黄志洵(1998)在研究有损耗截止波导时波不仅有截止造成的凋落, 而且也有传播。他作了量子类比[14]。

现在的问题是无耗情况下严格分成两类: 传播波和截止波。

在有损耗时: 传播波有衰减常数; 而截止波又有传播常数。当我们发现既有传播常数, 又有衰减常数的一个波, 如何判断它究竟是传播波还是截止滤? 显然问题变得模糊化了。

凡此种种, 也就是有耗带来的模糊性。

2.6 有耗的稳定性

稳定性理论表明: 损耗机制是稳定的必要条件。有很多情况下无耗问题往往引起强烈的不稳定。最典型的例子是如图 16 所示的三口网络的广义匹配[15]。

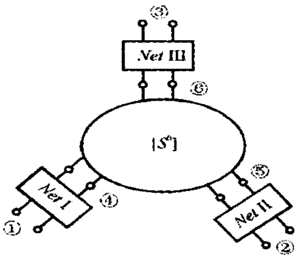


图 16 三口网络的广义匹配

已经得到全匹配条件是

$$\begin{cases} S_{22}^{(1)*} = \dfrac{(S_{11}^0 - \Delta_{33}^0 S_{22}^{(2)} - \Delta_{22}^0 S_{22}^{(3)} + S_D^0 S_{22}^{(2)} S_{22}^{(3)})}{(1 - S_{22}^0 S_{22}^{(2)} - S_{33}^0 S_{22}^{(3)} + \Delta_{11}^0 S_{22}^{(2)} S_{22}^{(3)})} \\ S_{22}^{(2)*} = \dfrac{(S_{22}^0 - \Delta_{33}^0 S_{22}^{(1)} - \Delta_{11}^0 S_{22}^{(3)} + S_D^0 S_{22}^{(1)} S_{22}^{(3)})}{(1 - S_{22}^0 S_{22}^{(1)} - S_{33}^0 S_{22}^{(3)} + \Delta_{22}^0 S_{22}^{(1)} S_{22}^{(3)})} \\ S_{33}^{(2)*} = \dfrac{(S_{33}^0 - \Delta_{22}^0 S_{22}^{(1)} - \Delta_{11}^0 S_{22}^{(2)} + S_D^0 S_{22}^{(1)} S_{22}^{(2)})}{(1 - S_{22}^0 S_{22}^{(1)} - S_{33}^0 S_{22}^{(2)} + \Delta_{33}^0 S_{22}^{(1)} S_{22}^{(2)})} \end{cases} \qquad (38)$$

反复计算表明: $[S^0]$ 是无耗和小损耗时都会产生, 无论如何接近不了最优点, 只有损耗到达一定水平, 才使问题变得稳定。

这类问题在实际中经常遇到。例如, 理想的功率分配器常常要加损耗电阻(或损耗机制)才能达到。

2.7 有耗不等式

从无耗到有耗以对称的角度来看, 是由无耗对称变成对称破缺(Symmetrical Broken)。

很自然的, 数学上也由等式约束转化为不等式约束。

能量约束规定, 在有耗时

$$[a]^+\{[I] - [S]^+[S]\}[a] > 0 \qquad (39)$$

令 $[H] = [I] - [S]^+[S]$, 则 $[H]$ 必为正定矩阵, 有

$$\det[h_{ij}]_{k\times k} > 0 \qquad (k = 1, 2, \cdots, n) \qquad (40)$$

【有耗网络相位关系不等式】(1985)[16]

$\Phi_{12} = \varphi_{12} + \varphi_{21} - \varphi_{11} - \varphi_{22}$ 为特征相位

则双口有耗网络的 Φ_{12} 取值范围

$$\Phi_{12} > \pi - \delta \text{ 或 } \Phi_{12} < -(\pi - \delta) \qquad (41)$$

式中 δ 的余弦为

$$\cos\delta = \frac{|S_{11}|^2|S_{12}|^2 + |S_{21}|^2|S_{22}|^2 - [1 - (|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2)][1 - (|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2)]}{2|S_{11}||S_{12}||S_{21}||S_{22}|} \qquad (42)$$

具体如图 17 所示。

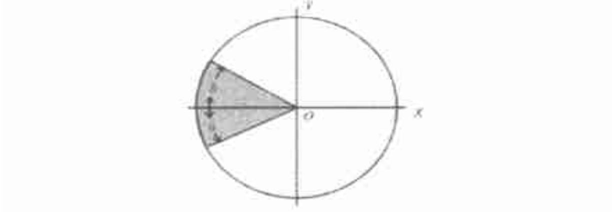


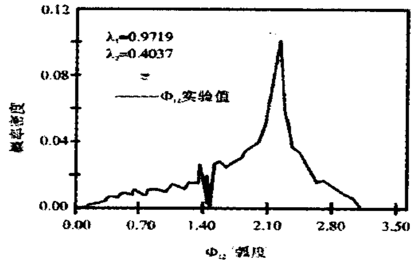
图 17 φ_{12} 的取值域

【有耗网络 S 参数特征相位的统计约束】(1994)

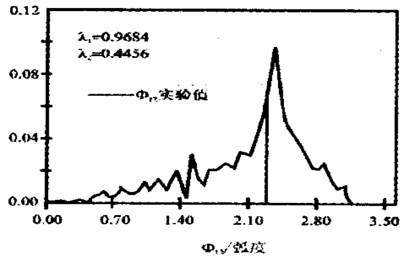
研究两个有等损耗水平的双口网络, 可能取域各点的特征相位是[17]:

$$\Phi_{12} = \cos^{-1}\left[-1 + \frac{[(\lambda_1 + \lambda_2)/2 - r^2\sin^2\theta(\cos\varphi_1\sin\varphi_2)^2/2]^2 - \lambda_1\lambda_2}{[(\lambda_1 + \lambda_2) - r^2\sin^2\theta]r^2\sin\theta\sin\varphi_1\cos\varphi_2}\right] \qquad (43)$$

画出特征相位统计分布有明显的尖峰——这峰处于 δ 阴影的边沿, 可以这样说: 特征相位 Φ_{12} 容易出现的取值域两侧, 实验也支持这一论点。



(a) Moe Wind & Harold Rapaport 实验网络特征相位 Φ_{12} 的统计分布



(b) Pieterse & Versnel 实验网络特征相位 Φ_{12} 的统计分布

图 18　统计分布

2.8　有耗佯谬性

和无耗情况类似, 有耗也出现了一种佯谬——即有耗传输线的电压反射系数 $|\Gamma|$ 允许大于 1。

这个问题早在 1953 年, Barllow 和 Cullen 已经提出截止传输线的反射系数有可能大于 1[18]。而后, 黄志洵先生又作了深入的研究[19]。

我们的工作表明[20] (1985):

(1) 有耗传输线定义的电压反射系数 $|\Gamma|$ 确实有可能大于 1;

(2) 原因来自复特性阻抗的传输线入射(或反射) 电压波与反射(或入射) 电流波之间有实功率交换, 也即

$$P_L \neq P^+ - P^- \tag{44}$$

(3) 电压反射系数 $|\Gamma| > 1$ 不违反能量原理;

(4) 引出功率波反射系数十分必要。

但是, 正如黄志洵先生指出: 功率波反射系数计算和圆图理论远未成熟, 很值得继续研究。

2.9　有耗特征量和无耗特征量

电磁问题中, 特征量因为其重要, 计算稳定而备受学者关注。大家往往把特征量配成对在复数域中出现。

$$\begin{cases} Z = R + jX \\ Y = G + jB \\ \gamma = \alpha + j\beta \\ \tilde{\omega} = \omega\left(1 + j/2Q\right) \end{cases} \tag{45}$$

式中, Z, Y, γ 和 $\tilde{\omega}$ 均是复特征量; 前三个公式中的实部是有耗特征量, 虚部是无耗特特征量; 第四个公式恰好反之。但是它们的共同特点都是把有耗、无耗特征量共处于复特征量之中。

电感增量法首先提出: 能否用一个特征量的增量求出另一个特征量的崭新思想。

我们进一步发挥这一思想, 作了一系列的推广和研究, 其中比较突出的是提出用频率增量法计算开腔镜面 Q 值[21] (1992)。

已知开腔谐振频率

$$f = \frac{C}{2D}\left[q + 1 - \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left(1 - \frac{D}{R}\right) - \frac{1}{2\pi kR}\right] \tag{46}$$

频率增量法

$$Q_c = -\frac{f}{2\delta_c}\frac{1}{\partial f/\partial D} \tag{47}$$

即可知

$$Q_c = \frac{D}{2\delta_c}\left(1 - \frac{1}{2k^2RD}\right)\bigg/\left(1 - \frac{1}{k\sqrt{D(2R - D)}}\right) \tag{48}$$

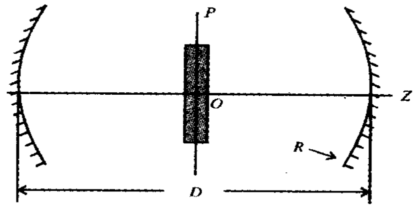


图 19　电磁开腔

并且, 利用保角变换的复位思想, 在求得特征阻抗 Z^0 的同时给出了衰减常数 α[22] (1992)。

$$\alpha = R_s\sqrt{\epsilon_r}\Big/119.904\ln(r_2/r_1) \tag{49}$$

由此求出了椭圆同轴线, 偏心同轴线和不等径双导线的衰减常数 α。

关于对偶特征量的计算方法研究, 我们正在作进一步的探索。

2.10　两种对称性

在电磁问题中, 内积表示一种广义的作用。它可以是源和源的作用, 场和场的作用, 也可以是场和源的作用。在 R. F. Harrington 著《正弦电磁场》中把

它称为Reaction, 也译为反应。我们用Dirac 内积符号表示

$$< a, b > \tag{50}$$

这里讨论的是进一步“广义内积”, 不受Hilbert 内积空间定义的限制, 即

$$< a, a > = \| a \|^2 \tag{51}$$

的赋范性质可以不符合, 这时有两种对称性

(1)Hermite 对称

$$< u, v >_h = < v, u >_h^* \tag{52}$$

它符合Hilbert 内积。

(2) 一般对称

$$< u, v >_s = < v, u >_s \tag{53}$$

不满足Hilbert 内积。

当u, v 为实空间时两种对称性完全统一, 提出两种对称性是有耗问题之必需, 有图 20 所示关系。

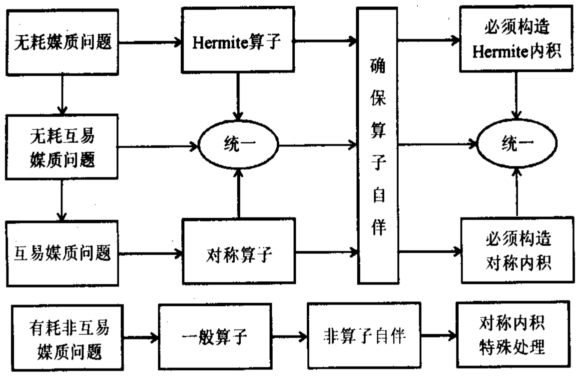


图 20 媒质、算子、内积三者之间的关系

现在的问题当无耗互易时一般对称和Hermite 对称如何统一?

无耗对称性转化为有耗对称破缺时, 出现另一种对称, 怎么作物理解释?

对称内积的泛函空间数学基础也值得深入研究。

2.11 有耗变分的最小作用量原理

定义电磁场Lagrange 量为

$$L = \int \Big\{ \frac{1}{2} \{ \vec{E}^a(\vec{r}, -t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{H}^a(\vec{r}, -t) \cdot \hat{\mu}(\vec{r}, t) \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) - \hat{A}^a(\vec{r}, -t) \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot \vec{J}^a(\vec{r}, t) - \rho^a(\vec{r}, -t)\Phi(\vec{r}, t) - \rho^\alpha(\vec{r}, t)\Phi^\alpha(\vec{r}, -t) \} \Big\} \mathrm{d}v \tag{54}$$

式中:
$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t)$$

$$E(r, t) = \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial} - \nabla \varphi(\vec{r}, t)$$

$$\vec{H}^a(\vec{r}, t) = \frac{1}{\hat{\mu}^a} \nabla \times \vec{A}^a(\vec{r}, t)$$

$$\vec{E}^a(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial} - \nabla \varphi(\vec{r}, t)$$

与日本学者 1980 年的工作不同, 这里的Lagrange 量中出现a- 伴随场, $\hat{\mu}^a$, $\hat{\epsilon}^a$ 是伴随场的本构参数。

无耗媒质 $\begin{cases} \hat{\epsilon}^+(t) = \hat{\epsilon}(t) \\ \hat{\mu}^+(t) = \hat{\mu}(t) \end{cases}$ 且不随时间变化

互易媒质 $\begin{cases} \hat{\epsilon}^T(t) = \hat{\epsilon}(-t) \\ \hat{\mu}^T(t) = \hat{\mu}(-t) \end{cases}$

由达朗倍尔方程对称性, 可知在同一媒质

$$\begin{cases} \vec{A}(\vec{r}, -t) \leftrightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) \\ \vec{J}'(\vec{r}, -t) \leftrightarrow -\vec{J}'(\vec{r}, t) \\ \Phi'(\vec{r}, -t) \leftrightarrow -\Phi'(\vec{r}, t) \\ \rho(\vec{r}, -t) \leftrightarrow -\rho(\vec{r}, t) \\ \vec{E}'(\vec{r}, -t) \leftrightarrow -\vec{E}(\vec{r}, t) \\ \vec{H}'(\vec{r}, -t) \leftrightarrow -\vec{H}(\vec{r}, t) \end{cases} \tag{55}$$

即可推广到有耗领域, 并证明与Maxwell 方程组相容。这一工作正在深入进行, 对于伴随场的思想与物理意义值得深入研究。

3 四维Minkovski 空间和$\bar{\bar{L}}_6$

四维Minkovski 空间是Einstein 狭义相对论的最大成果之一。

1905 年, Einseein 提出了两条原理:

(1) 相对性原理: 任何惯性系中物理定律的形式保持不变。

(2) 光速不变原理: 真空中的光速相对于任何惯性系, 给任何方向均恒为$\bar{c}$, 且与光源运动无关。

研究科学哲学的学者, 常常把上面第二条称之为绝对原理, 即Einseein 的超前思想在于把相对性和绝对性有机地揉合为一体, 引出了四维协变条件, 而Minkovski 则具体地给出了矩阵协变条件:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ \mathrm{j}ct' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{\mathrm{j}\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \\ -\frac{\mathrm{j}\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \mathrm{j}ct \end{bmatrix} \tag{56}$$

上式假定在 x 和 x' 方向运动并不失一般性, 且

$$\beta = v/c \tag{57}$$

而变换矩阵, 统称之为Lorentz 变换。

Minkovski 不仅给出了 Matirx form, 更重要的是指出狭义相对论的空间框架——四维空间框架, 若(x, y, z)是通常的三维空间, 那么(x_1, x_2, x_3, x_4)即在三维空间基础上把 jct 看作为第四坐标, 这就是 Minkovski 空间。

空间的主要含义在于: (1)所有物理量都可以归结为四维空间的标量, 向量和张量; (2)所有物理量在四维空间都是Lorentz 规范下不变的。

值得指出, 有些物理量在原(x, y, z)三维空间是标量, 而在四维空间则是向量下的第四分量。例如电荷出度 9。

四维空间向量

$\vec r_4 = \begin{bmatrix}\vec r\\ jct\end{bmatrix}$	$\vec v = \begin{bmatrix}\nabla\\ \dfrac{\partial}{\partial jct}\end{bmatrix}$	$\vec J_4 = \begin{bmatrix}\vec j\\ jct\end{bmatrix}$	$\vec k_4 = \begin{bmatrix}\vec k\\ j\dfrac{\omega}{c}\end{bmatrix}$
$\vec r\,' = \overline{\overline{L}}\,\vec r_4$	$\nabla'_4 = \overline{\overline{L}}\,\nabla_4$	$\vec J\,'_4 = \overline{\overline{L}}\,\vec J_4$	$\vec k\,'_4 = \overline{\overline{L}}\,\vec k_4$

电荷连续性方程

$$\left[\nabla^T, \frac{\partial}{\partial jct}\right]\begin{bmatrix}\vec J\\ jct\end{bmatrix} \qquad \boxed{\nabla_4 \cdot \vec J_4 = 0}$$

Maxwell 方程

$$\overline{\overline{L}} = \begin{bmatrix} 0 & -E_z & E_y\\ E_z & 0 & -E_x\\ -E_y & E_x & 0\end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{H}} = \begin{bmatrix} 0 & -H_z & H_y\\ H_z & 0 & -H_x\\ -H_y & H_x & 0\end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{EB}} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{E}} & jc\vec B\\ jc\vec B^T & 0\end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{HD}} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{H}} & jc\vec D\\ -jc\vec D^T & 0\end{bmatrix}$$

现 $\nabla\cdot\overline{\overline{E}} = \nabla\times\vec E \qquad \nabla\cdot\overline{\overline{H}} = \nabla\times\vec H$

$$\boxed{\begin{array}{l}\nabla_4\cdot\overline{\overline{EB}} = 0\\ \nabla_4\cdot\overline{\overline{HD}} = \vec J_4\end{array}}$$

能量一动量方程

$$\begin{cases}\nabla\cdot\vec S + \dfrac{\partial w}{\partial t} = 0\\ \nabla\cdot\overline{\overline{\Phi}} + \dfrac{\partial\vec g}{\partial t} = 0\end{cases}$$

引入

$$\overline{\overline{P}}\begin{bmatrix}\overline{\overline{\Phi}} & -j\dfrac{\vec S}{C}\\ jc\vec g^T & W\end{bmatrix}$$

$$\boxed{\nabla_4\cdot\overline{\overline{P}} = 0}$$

作为例子, 我们可以用四维空间概念导出运动边界条件

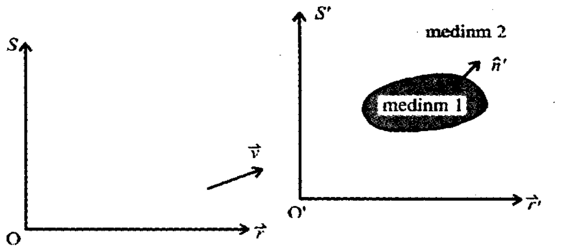


图 21　运动边界

在 S 系(图 21 中相对静止坐标系)边界条件是

$$\begin{cases}\hat n\times(\vec E\,'_2 - \vec E\,'_1) = \hat n\times\Delta\vec E\,' = 0\\ \hat n\times(\vec B\,'_2 - \vec B\,'_1) = \hat n\times\Delta\vec B\,' = 0\end{cases} \tag{58}$$

$$\begin{cases}\hat n\times(\vec H\,'_2 - \vec H\,'_1) = \hat n\times\Delta\vec H\,' = \vec H\,'_2\\ \hat n\times(\vec D\,'_2 - \vec D\,'_1) = \hat n\times\Delta\vec D\,' = \rho'_s\end{cases} \tag{59}$$

引入四维向量

$$\tilde n'_4 = \begin{bmatrix}\hat n\\ m'\end{bmatrix} \qquad \tilde n_4 = \begin{bmatrix}\hat n\\ m\end{bmatrix} \tag{60}$$

式中, m 和 m' 为待定常数, $\tilde n_4$ 和$\tilde n'_4$ 必满足Lorentz 变换, 即

$$\tilde n'_4 = \overline{\overline{L}}\,\tilde n_4 \tag{61}$$

又可写出

$$\boxed{\begin{array}{l}\tilde n^{\prime T}\Delta\overline{\overline{EB}}\,' = 0\\ \tilde n^{\prime T}\Delta\overline{\overline{HD}}\,' = \vec J\,'_{4s}\end{array}} \tag{62}$$

式中

$$\Delta\overline{\overline{EB}}\,' = \begin{bmatrix}\Delta\vec E\,' & -jc\Delta\vec B\\ jc\Delta\vec B^T & 0\end{bmatrix} \tag{63}$$

$$\Delta\overline{\overline{HD}}\,' = \begin{bmatrix}\Delta\vec H\,' & -jc\Delta\vec D\\ jc\Delta\vec D^T & 0\end{bmatrix} \tag{64}$$

$$\vec{J}'_{4s} = \begin{bmatrix} \vec{J}'_s \\ jc\rho_s \end{bmatrix} \tag{65}$$

边界条件表明

$$m' = 0 \tag{66}$$

代入 Lorentz 不变性式(61)可知

$$\begin{cases} \hat{n}' = \bar{\bar{\alpha}}^T \hat{n} + j\gamma\vec{\beta} m \\ 0 = -j\gamma\vec{\beta}^T \hat{n} + \gamma m \end{cases} \tag{67}$$

于是有

$$m = j\vec{\beta}^T \hat{n} \tag{68}$$

由相对性原理,在运动 S 系中边界条件应具有相同形式

$$\begin{cases} \hat{n}_4^T \Delta \bar{\bar{EB}} = 0 \\ \hat{n}_4^T \Delta \bar{\bar{HD}} = \vec{J}_{4s} \end{cases} \tag{69}$$

或写成向量形式

$$\begin{cases} \tilde{n}(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) - (\tilde{v}, \tilde{n})(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \\ \tilde{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \\ \tilde{n}(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) + (\tilde{v}, \tilde{n})(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \vec{J}_s \\ \tilde{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \end{cases} \tag{70}$$

再一次可知

$$\begin{cases} \tilde{n} = \bar{\bar{\alpha}}^T \tilde{n}' - j\gamma\bar{\bar{\beta}} m = \hat{n}' + \dfrac{\gamma - 1}{\beta^2}\vec{\beta}\vec{\beta}^T \tilde{n}' \\ |\tilde{n}|^2 = \tilde{n}^T \tilde{n} = |\hat{n}'|^2 + \gamma^2(\vec{\beta}^T \hat{n}')^2 \\ \qquad \geq |\tilde{n}'|^2 = 1 \end{cases} \tag{71}$$

明显看出:除非运动方向与 $\hat{n}'$ 垂直,否则运动 S 系中 $\tilde{n}$ 不再是单位法向矢量 $\hat{n}$ 的长度大于 1。

Einstein 发展的是真空中运动电磁学的狭义相对论,一旦进入媒质,本构关系,四维 Minkovski 空间便遇上了极大的困难。

J.A.Kong 提出了 $\bar{\bar{L}}_6$,如图 22 所示:

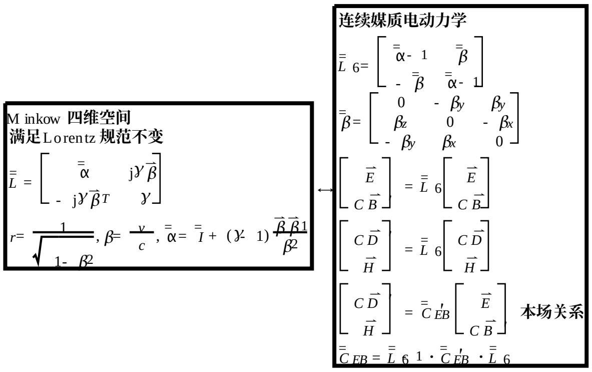


图 22 Minkovsui 四维空间和 $\bar{\bar{L}}_6$

$\bar{\bar{L}}_6$ 的引入解决了本构关系的困难,但是带来逻辑上的更大困惑:$\bar{\bar{L}}_6$ 究竟是属于四维空间的扩展量?还是重新定义六维空间?媒质的引入对于空间的影响?损耗的引入对于空间的影响?

这些问题值得深入研究。

4 静场和交变场

这个问题几乎没有人认为是问题,宏观电动力学的规律是 Maxwell 方程组,而静场是变场的极限,换句话说:静场完全包含在变场内,见图 23。

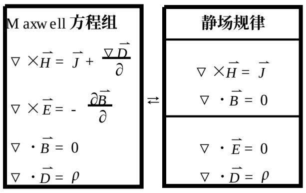


图 23 Maxwell 方程组和静场规律

但是深入研究后有如下三个问题值得思考:

Problems 1 静场是独立的临界点

文献中都说 Maxwell 方程有两个独立方程

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{72}$$

另两个方程可由此导得。然而正如图 24 所示,要导得另两个方程

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \tag{73}$$

必须已知静场临界点的规律

由 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 导出 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$	由 $\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ 导出 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$
$\nabla \cdot \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{B}) = 0$ $\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{B}) = 0$ $\nabla \cdot \vec{B} = f(x, y, z)$	$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = \nabla \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \equiv 0$ $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ $\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{D} - \rho) = 0$ $\nabla \cdot \vec{D} - \rho = g(x, y, z)$
导出结论的前提: 已知静态场 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 推广到交变场 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$	导出结论的前提: 已知静态场 $\nabla \cdot \vec{D} - \rho = 0$ 推广到交变场 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$

图 24 Maxwell 方程组两个独立方程的前提

由此看来:真正 Maxwell 方程的独立情况应表述成两个独方程+两个初始条件方程,即

$$\left\{\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}\right. \Bigg| \left\{\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} &= r \end{aligned}\right. (t = 0 \text{ 时}) \tag{74}$$

Problems 2　静电场 E 和静磁场 H 间的相互作用

所有文献都认为静场的最大特点是电与磁的相对独立, 即这种情况下 E 和 H 没有相互作用。

但很少有学生注意所导出的 Poyingting 定理

$$\oint(\vec{E}\times\vec{H})\cdot\hat{n}\,ds = -\frac{\partial}{\partial t}\int\left(\frac{1}{2}\epsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2\right)dV-\int\vec{J}\cdot\vec{E}\,dv \tag{75}$$

定义

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H} \tag{76}$$

Note 到 $\vec{S}$ 的定义与时间无关, 即使在静场的条件下 $\vec{E}\times\vec{H}$ 可以构成 $\vec{S}$, 即似乎出现了相互作用, 见图 25 所示。这一观点与实际相悖。于是我们只能得出结论: Poyingting 定理不适用静场。

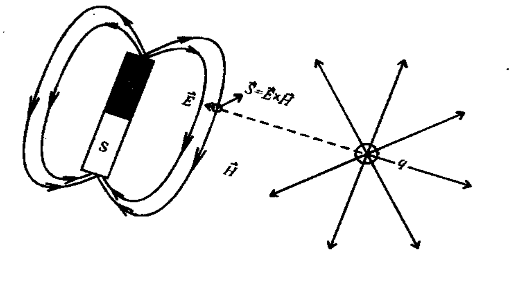


图 25　静场情况的 $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ 佯谬

Problems 3　静场与电磁波

我们知道: 交变场产生电磁波, 而静场这个临界点没有电磁波。这是量变中的质变。

于是构成两套并行的理论体系:

(1) 有电磁波存在的——交变场理论;

(2) 没有电磁波存在的——静场理论。

这样两套理论的存在, 很值得我们深入地研究。

5　学科发展的生命在于创新

1980 年, 力学界曾出现过关于力学发展的大讨论, 有识之士提出: "力学的生命在于创新。"

现在, 我们依然可以这样断言: 在进入 21 世纪的今天, 电磁理论学科发展的生命在于创新。

5.1　重视对于电磁理论的特色研究

很多人喜欢把近年来我国学术界欣欣向荣的局面比喻成"科学的春天"。确实如此, 党的"科教兴国"基本国策吹绿了中华大地, 多年来呆滞的思维重新获得了复苏。广大知识分子和知识界十分珍惜目前的民主形势, 为了使我国的科研、教育诸方面有较大较快的突破, 提出了许多新观点。就教材建设而言, 大家已不满足于"穿清一色兰制服"式的统编教材, 也不甘心只是步外国后尘的研究方案, 而希望逐步创造条件, 走自己的路, 建立有特色的新教材。在这种情况下, 研究国内外学术界的创造性及特点, 使之为我服务, 发场光大, 有着十分重要的现实意义。

另一方面, 应该承认多年来我们忌讳谈学派, 事实上也不允许学派的创生和发展。所以, 所谓百家争鸣, 并不是真正众多学派的百舸争流, 充其量也只不过是个别作者、个别观点之间的争论。但是, 我国四化建设的要求, 新世纪的宏伟规划, 都迫切希望有众多的科技流派群或者学派出现在共和国的土地上。也唯如此, 才能使我们当之无愧地自立于世界之林。

再者, 我国学术界的现状是, 埋头工作的多, 交流的少, 评论的则更少。而在文艺界、体育界等领域, 评论屡见不鲜。评论者不比演员或导演更高明, 而照常可以畅所欲言, 评头论足。这种评论无疑促进了文学、艺术和体育的发展。反观学术领域, 情况则大相径庭, 我们没有或很少创造条件进行思想交流和方法讨论。一般学术会议由于时间仓促, 常常只是"成品型的菜肴"往桌上端, 宣读论文之后就各自东西了。这种状况在一定程度上阻碍着我们事业的发展。

综上所述, 作为电磁理论工作者开展对国内外电磁理论的特色研究是十分有意义的。这方面工作可以包括: 主要著作的特色及作者个性; 形成特色的原因探讨及方法论研究; 国外电磁理论流派群的形成及活动特点; 我们存在的薄弱环节等等。展开这一领域的研究将使我们从中得到借鉴、对比和启示, 由此摸索出适合我国的一些规律。当然, 还应看到: 我国一些学者在过去困难的条件下, 也创出了一些有特色的工作和成果。这些也急待总结和提高。

很显然, 要在一篇短文中概括如此宽广的领域研究是不可能的, 加上笔者的见识和水平, 很可能挂一漏万。本文的工作仅仅想提出一些问题, 探讨几种电磁理论著作的特色形成, 以引起有共同兴趣的学者的注意。

大家知道, 国内外电磁理论著作总数不下百种。真可谓千人千面, 风格各异。其中有的按电磁学发展历史来阐述[J.D. 克劳斯的《电磁学》(1979), 林为干等的《电磁场理论》(1984), 毕德显的《电磁场理论》(1985), K.H. Ponofsky 的《Classical Electricity and Magnetism》(1995)]; 有的从普遍的麦克斯韦

方程组出发讨论[黄宏嘉的《微波原理》(卷Ⅰ、Ⅱ)(1963), J.A.Stratton 的《Electromagnetic Theory》(1941)]; 有的循数学坐标系统(直角、柱、球)等来研究各处中电磁场[R.F. 哈林登的《正弦电磁场》(1964), W.L.Weeks 的《Electromagneic Theory for Engineering Application》]; 有的据电磁场应用体系(传播, 辐射, 导波)分类介绍[D.K.Cheng 的《Field and Wave Electromagnetics》(1983), J.A.Kong (孔金瓯)的《电磁波理论》(1980)]; 有的侧重于微观理论[J.D. 杰克逊的《经典电动力学》(上、下)(1976), 曹昌祺的《电动力学》(1961)]; 有的则强调工程应用[Simon 拉姆和 John R. 惠勒的《近代无线电中的场与波》(1958), R.E. 柯林的《导波场论》(1960)]。但是, 随着时间的推移, 始终吸引众多读者兴趣而被广泛应用和学习的为数并不很多。研究其原因是多方面的, 但在这类书的特色形成中, 有不少问题是值得注意的。

5.2　构成名著特色值得注意的几个问题

5.2.1　长期研究与不断实践

很多有特色的名著是作者长期研究反复实践的结晶。以 J.A.Stratton 的《Electromagnetic Theory》一书为例, 出版 40 余年而经久不衰。最近我国还要出其中译本。这本著作不仅立论严谨, 内容充实, 更重要的是首次构成了工程电磁学的基本框架。伺后大量书籍竞相效仿, 其实不少工作只是它的完善和展开。研究这样一本开创性的著作可给我们很多启示。容易注意到: 该书的一些重要内容, 例如多种坐标系、波动方程的积分解、平面波柱面波和球面波等的重要结构都概括了作者很多研究心得。

又如, R.E. 柯林的《导波场论》曾在我国广泛流传。这本出版于 1960 年的名著, 其中本征函数论和变分技术等特色脍炙人口。细究起来, 此书介绍的各种方法, 除了柯林本人的出色工作而外, 很大程度上概括了二次世界大战以来, MIT 的 Lincoln 实验室 Schwinger 和 Macuwitz 等专有的工作。柯林则作了总结。此外, 由于柯林长期从事教学, 因而此书写得深入浅出, 文笔流畅。

5.2.2　求异与创新

很多代表作均有标新立异的勇气。李政道教授最近曾对中国科技大学少年班的同学说: "最重要的是创造能力, 是能带头的, 而不是人家带了头, 你在后面走。"

J.A.Kong (孔金瓯)的《电磁波理论》首先提出用 KDB 系统来研究各向异性媒质中的电磁波特性, 打破了"主系坐标系"的一统天下, 使人很受启发, 活跃了思路。而 H.C.Chen (陈惠清)的《电磁波理论_无坐标方法》则走得更远, 他在研究各种坐标系及并矢、张量线性分析的基础上敢于独辟蹊径, 推出一整套无坐标理论, 给人耳目一新。他们都有着强烈的创新思想。

林为干院士的《电磁场理论》(1984)在论述场与波的基础上, 阐述了各种处理方法。在构思上没有把理论问题和计算问题绝然分开, 而是有机地结合起来。其中场计算及级数展开等问题颇有新意。

比较各类著作还可发现: 对同一类型的问题, 各位大师的处理方法往往绝然不同。这里也反映了他们的强烈个性。例如, 微波网格在 R.E. 柯林的手中常常是传输型网络, 其特点是高阶模的影响归结为电纳 jB, 采用的方法是边界模匹配技术; 而 R.F. 哈林登则往往应用等效定理构成拼接式的广义网络, 求异和创新在这里反映得淋漓尽致。

5.2.3　求同与统一

一本好的电磁理论著作总有其统一的构思, 统一的笔法, 同时还常常有统一的方法。若借用文学的语言来说则是"有一条贯串始终的主线"。

黄宏嘉所著《微波原理》(卷Ⅰ、Ⅱ)这一特点异常明显。作者在序中就开宗明义地提出用统一的观点, 即耦合波理论的观点加以论述。他在全书中不仅教学推导严谨精辟, 而且对电磁理论和发展均有立点较高的哲学见解, 确属难能可贵。

C.T.Tai(戴振铎)的《并矢格林函数》也是这一方面的典型。作者运用并矢方法和格林函数手段统率全书, 前后呼应地使其融合成一个整体。反映出了作者所追求的统一和完美的目标。

此外, J.A.Kong(孔金瓯)的《电磁波理论》以最一般的媒质——双各向异性媒质的结构矩阵来统一表述所有媒质, 从而大量地采用张量与矩阵运算, 显然开辟了另一研究天地。

5.2.4　发挥与再创造

对大量司空见惯的概念和方法, 著名学者往往能"独具慧眼"地加以发挥和再创造, 要么深入浅出, 要么成了更普遍的工具。

麦克斯韦方程组、库仑定律常常都说是由实验得来的。而 D.K.Cheng (郑钧)的《电磁场与波》却更

深地认识是从感性到理性飞跃的科学假设。作者以库仑定律试问读者: 如果真是实验所得, 为什么不写 2.000001 或 1.99999? 这一鞭辟入里的叙述, 使大家对科学结构体系有了更上一层楼的感觉。值得提出: 作者多次强调, 一定要把深刻的内容浅显化, 而绝不要把浅薄的章节复杂化。这一观点很耐我们深思。

大家熟悉的名著 R.F. 哈林登的《正弦电磁场》, 其中反应概念、等效定理和广义网络思想始终贯穿全书。然而我们知道, 反应首先是由 Rumsey 提出的, 而等效定理则是 Schekunoff 早在 1939 年的论文内容。一经哈林登的发挥与再创造, 使这两个重要内容发出更耀眼的光辉。值得注意, 如果我们寻丝循迹, 深入研究, 则还能发现反应概念, 即相互作用内积 < a, b > , 对于作者《矩量法》思想的产生和发展有重大的影响。

构成名著特色的原因是多方面的。不过由上面简短的讨论可以给我们很多的启示:

(1) 教学, 理论工作不仅需要实践和创造, 也需要总结和交流, 还需要来自各个方面的评论;

(2) 在电磁理论研究中应特别注意科学方法和科学思想的探讨;

(3) 应该及时总结我国老一辈科学家的经验和特色;

(4) 创造适当环境, 不定期地讨论国内外学术动向以及我们自己尚未形成的想法, 将有助于学术的发展。

6　结语

本文以这样短的篇幅和本人的学识水平, 有不少应该涉及的重要问题没有纳入, 这是必须指出的, 比如黄志洵先生对于"超光速研究"的浓厚兴趣; 对于数值分析中的一大类问题, 等等。

当前, "春风已绿江南岸"。宽松民主的环境已为我国科技、教育工作者提供了良好的活动舞台。现在已进入新的世纪, 我们理应发奋努力, 在学术舞台上演出有自己特色的戏剧来。

本文肯定会有很多不妥和谬误之处, 敬请专家学者不吝指正。

附记: 正值修改本文之际, 欣闻国际上已构建出电磁左手材料和负 ϵ 效应。可见, 创新永远不会停止, 即使像"电磁理论"这样"成熟"的领域, 也有大的创新, 是为记之, 愿与读者共勉!

参考文献:

[1] 梁昌洪, 邱长兴. 无耗网络的几个定理[J]. 电子学报, 1991, 19(3)

[2] 林守远. 电子科学学刊[J]. 1991, 13(6): 637- 639

[3] 史小卫. 梁昌洪, 无耗网络正性条件的等价表述[J]. 北京: 电子科学学刊, 1994, 16(2): 158- 162

[4] 梁昌洪, 史小卫. 电磁网络的无耗性与互易性[J]. 北京: 电子科学杂志, 1992, 19(1): 25- 27

[5] 李润旗. 微波网络理论的新进展及其应用[D]. 西安: 西安电子科技大学博士论文, 1991

[6] J. A. Stratton. Electromagnetic Theory[M]. New York, McGraw-Hill, 1941

[7] R. F. Harrington. Time-Hamonic Electromagnetic Fields [M]. New York, McGraw-Hill, 1961

[8] Qingxin Chu & Changhong Liang. The Uniqueness Theorem of Electromagnetic Fields in Lossless Region [J]. IEEE Trans on AP, 41(2): 245- 246

[9] 梁昌洪, 官伯然. 有耗网络 S 参数特征相位的统计约束[J]. 北京: 电子学报, 1994, 22(9)

[10] 唐家明. 关于多端口系统中的奇异现象[R]. 学术报告, 1993

[11] 崔铁军, 梁昌洪. Reconstraction of One Dimensional Multi-Layered media by Using a Time Domain Signal Flow Graph Tehnique[J]. Journal of Electronics, April 1993, 10(2)

[12] 崔铁军, 梁昌洪. 三维有耗生物体局部逆散射的矩阵摄动理论[J]. 北京: 通信学报, Mar. 1994, 15(2)

[13] 崔铁军, 梁昌洪. Partial Inverse Scatterring Method for Three Dimensional Heterogeneous Biological Bodies by using Matrix perturbation Theory[J]. IEEE Trans. on MTT, 1994, 42(4)

[14] 黄志洵. 截止传输线的量子类比[J]. 北京: 电子科学学刊, 1998

[15] 梁昌洪, 史小卫. 多端口网络的广义匹配理论[J]. 北京: 电子学报, 1993, 21(12): 17- 22

[16] 梁昌洪. 有耗网络 S 参数的相角关系不等式[J]. 北京: 电子学报, 1985, 13(1): 1- 7

[17] 梁昌洪, 官伯然. 有耗网络 S 参数特征相位的统计约束[J]. 北京: 电子学报, 1994, 22(9): 88- 92

[18] Barllow & Cullen. 微波测量[M]. 伍仁译, 科学出版社, 1960

[19] 黄志洵. 截止波导理论[M]. 北京: 计量出版社

[20] 梁昌洪. 计算微波[M]. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1985: 80- 84

[21] 夏军, 梁昌洪. 计算电磁开腔品质因数 Q 的频率增量法[J]. 北京: 科学通报, 1992(3): 278- 280

[22] 梁昌洪, 崔铁军. Conformal Transformation Solution for The Attenuation Constant of TEM Transmission Lines [J]. Journal of Electronics, 1992, 9(1): 45- 53

[23] 谢拥军. 有耗电磁变分理论及应用[D]. 西安: 西安电子科技大学硕士论文, 1993

[24] 谢拥军. 有耗电磁变分理论及应用[D]. 西安: 西安电子科技大学硕士论文, 1993, 博士论文, 1996

(此文由两项国家自然科学基金和两项博士点基金支持)